

十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高中數學領域課程綱要研修說明

壹、研修背景

一、數學領域課程綱要的發展沿革

自從民國 57 年開始實施九年國民義務教育，學科名稱由「算術」改為「數學」，並根據《國民小學數學暫行課程標準(57)》從民國 57 年的一年級開始逐年實施，到民國 69 年的最後一屆六年級學生使用，才全面改成民國 64 年教育部正式頒布的《國民小學數學課程標準(64)》。此課程標準從民國 65 年起逐年實施，直到民國 89 年的最後一屆六年級學生，是目前壽命最長的課程標準。在這段時間內，全國都使用國立編譯館編製的教科書（俗稱統編本），此課本經過相當大規模的實驗，常稱為「板橋模式」。這段時期的小學數學注重數、量、形的內容學習，並把握三項原則：社會生活的需求，兒童身心發展、與學習的妥當性。

同時期的國民中學數學課程標準則在民國 57 年制訂之後，歷經民國 61 年、72 年、74 年、83 年多次的修訂，其教學目標從數、量、形的基礎內容，逐漸延伸到重視學生的思考、推理與創造能力，並顧及情意面的學習興趣及數學素養。國民中學的數學課程，在民國 89 年被納入九年一貫課程。

普通高級中學的數學課程則為配合國民中學首屆畢業生而在民國 60 年訂立課程標準，至民國 72 年配合「高級中學法」而修訂高級中學課程標準，在民國 84 年因應社會變遷而再次修訂。高中數學的學習內容增加了「函數」項目，也都強調思考能力和應用於生活的素養，並且均指出數學在其他學科上的重要基礎性。

民國 80 年代，發生了一項重要的數學教育興革。美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics，簡稱為 NCTM）於 1989 年出版《學校數學課程與評鑑標準》（Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics），強調數學能力的培養與數學概念的理解，從傳統以「教師為中心」轉向以「學生為中心」，教師不再是知識的「傳遞者」而是學生知識建構的「協助者」。然而其過分著重概念理解卻輕忽計算能力的培養，招致數學家的批評，對於「概念理解」與「計算能力」發展孰輕孰重的爭論，發展成數學教育學者與數學家之間的數學戰爭。

此波風潮及於臺灣，則展現於民國 82 年頒布的《國民小學數學課程標準版課程標準(82)》所揭示的建構主義，強調讓兒童主動從自己的生活經驗建構與理解數學概念。同年亦開放民間出版社編寫教科書，由四家出版商（南一、翰林、康軒、新學友）以及國立編譯館同時編製國小數學課本。因為開放的時間急迫，幾乎沒有經過實驗就送審，審查通過後即直接實施於小學。各版教科書紛紛按課程標準之理念而編製了所謂的「建構式數學」。此課程從民國 85 年起逐年實施，至民國 92 年全面轉換為《九年一貫課程數學領域暫行綱要(89)》而止。

教育部於民國 89 年宣布實施九年一貫課程，將國小和國中課程做統整的規劃，並於同年頒布「暫行綱要」。自此，數學科改稱為「數學學習領域」。最劇烈的改變是，取消了數學傳統上具有較多授課時數的「主科」概念，而與其他學習領域平分。暫行綱要的數學課程似仍持續建構主義的理念，原本計畫些微調整後即為正式的綱要。然而，建構式數學不要求學生背誦九九乘法表和輕忽直式乘法計算，造成學生計算能力下降的疑慮，引起數學家批評建構式數學，中華民國數學學會便緊急向教育部建議暫緩正式綱要之公布，並另行邀集相關學

者與教師，重新審議數學課程的設計，結果就是民國 92 年頒布的《九年一貫數學領域課程綱要(92)》，從民國 94 年起正式逐年實施，並於民國 97 年微調修訂，自民國 100 年起實施迄今。

搭配九年一貫課程的實施，高中先後從民國 95 年、99 年起，實施暫行綱要與新的綱要，並於民國 102 年微調。後期中等學校的數學課程，分成高中（普通高級中學之簡稱）、高職（高級職業中學之簡稱）、和綜合高中（綜合高級中學之簡稱）三類。

二、現行數學領域課程綱要的相關問題

民國 89 年以前，數學課程綱要內容從國小、國中，到高中、高職，由不同的教師與學者分別撰寫，因此在連貫和統整上需要花更大的精神。在民國 103 年之前，由於九年一貫課程綱要的實施，使國小和國中的課程綱要內容由同一批學者撰寫，在學習內容的連貫與統整已有進一步考量，然而高中和高職課程綱要仍獨立撰寫，而且也沒有和九年一貫課程綱要團隊交流，造成國中小、高中、高職三方的課程綱要格式不一，其內容的銜接性仍有待討論。另外，高中的 99 年課程綱要有相當幅度的內容調整，高職課程綱要仍維持不變，兩邊在 10 年級的課程有相當大的落差，造成綜合高中學生轉銜高中、高職的困難，為解決此一問題，國家教育研究院委請數學家與綜合高中數學教師發展銜接教材，而教育部也發函允許綜合高中在數學課程安排上有相當大的彈性。然而，根本的解決之道，則是從國小、國中、到高中、高職的數學課程綱要，由同一委員會或工作小組研擬及撰寫，以達成內容的連貫與統整。

最後，臺灣近年來積極參與國際數學評量計畫，發現我國中小學生的數學評量成績有高成就與高落差的現象，而且對於數學的態度與學習信心不佳，雖然此一現象未必是現行課程綱要實施所造成的問題，然而，把每一位學生帶上來、適性揚才是十二年國民基本教育（簡稱十二年國教）的重要理念，也是數學教育「公平」原則的實現，這是十二年國教數學課程綱要研修的重大挑戰。

三、數學領域課程綱要在世界主要國家的發展趨勢

世界主要國家在新一波的數學教育改革中，大多朝向數學素養的培養，著重學生能將學校所學應用在日常生活中，有能力將生活中所遇到的問題轉化成數學問題並且解決它，以及與他人溝通問題解決的成果，除了知識的獲取與能力的發展之外，素養的教育也強調情意與態度的面向，培養學生能欣賞數學的美以及對於數學的正向態度。

四、數學領域研修課程綱要的重要性

數學做為工具學科，是其他學科學習的基礎，協助形塑國民的理性與批判思考素養，數學領域須因應本身的演進、其他學科的演進而對數學需求的轉變、未來社會生存所需的素養、以及現行課程綱要實施產生的問題，與時俱進研修、調整課程綱要的理念、目標、架構與學習內容等，以提昇下一代的數學學習表現，回應其他學科的需求，為學習者的升學與職涯發展做好準備，實現總綱核心素養培育之全人教育理想。

貳、研修目標

一、規劃十二年一貫的數學課程綱要

數學課程綱要大約每隔十年研修一次，本次研修適逢十二年國民基本教育開始實施，修訂課程綱要時可以用十二年一貫的架構，整體檢視，規劃出適合現代國民需要的數學課程內

容，並希望能避免現行數學課程綱要在國高中之間銜接上的困難。

一方面，要回應世界各國朝向培養數學素養的趨勢，著重學生能將生活中所遇到的問題轉化成數學問題並且解決它，並能欣賞數學的美以及對數學有正向的態度。另一方面，要盡力改善我國中小學生的數學評量成績有高成就與高落差、對數學的態度與學習信心不佳的現象，達成十二年國民基本教育，把每一位學生帶上來、適性揚才的重要理念，實踐數學教育公平受教的原則。

二、強調以正確的態度使用計算工具

計算工具發展日新月異，但是其使用從未在我國的中小學教育中正常教導，甚至有些實用科目，在例題或考題中，都只敢出現特殊規劃好的數據，不敢隨意出現其他數字。國外的一些學者，都驚訝於電腦王國的台灣，學生在計算工具教育的不足；2014 年 12 月英國 Leeds 大學一位老師來信，建議我國重視計算機(calculator)教學。其實，歷年的數學課程綱要，都在實施要點中提及要教導學生使用計算機，只是計算機教學從未在我國的中小學教育認真實施，有些學生是因為個人因素學到這個技術。有鑑於此，這次的數學課程綱要研修小組決定，要認真修訂課程綱要內容，讓全國學生真的學到使用計算機的能力。數學課程綱要研修小組檢討發現，我國這個現象可能有下列三種原因。

首先，一些數學老師害怕，學生是否因為使用計算機，反而不好好學習數學原理原則，只一味地胡亂使用機器計算。對於這樣的憂慮，我們強調，要同時教導學生「**使用計算機的正確態度**」。所以定調，國小是學生奠定數學基礎的階段，計算機教學從國中開始，並且強調是在複雜的計算時才使用計算機。

其次，歷年來的數學課程綱要，都只在實施要點提及要使用計算機，教科書作者及教師並不清楚教材的何處要使用，教科書中若無著墨，老師也無暇思索，以至於未能落實。可行的方法是，要將計算機的使用納入課程綱要的條文，明白指出何處適合使用計算機。

最後，臺灣的全國性大型考試（全國技術人員考試例外）都不准使用計算機，這有其防止作弊的需求，而且考試本來就應該與教學脫鉤才對。只是，臺灣是一個考試領導教學的國家，考試不考，老師就樂得不教，或是不願意花時間教。進一步說，全國性大型考試的規範，更暗示計算工具的不需要，甚至不正當。希望教育當局能導正此一錯誤的政策。

三、確實規劃從高二開始數學分類教學

數學內容在國中小大致上是所有人都應該學習的，進入高中之後，因為理工商文的性向逐漸顯露，對數學的需求及接受度逐漸因人而異，分類教學勢在必然；各國都是這樣，只是差異度極大，幾乎沒有範例可以讓我們輕鬆比照。我國歷年來，高中數學內容也是變化極多，到了最近的版本，高一時所有學生必修一種共同的數學，高二時的必修數學分 A、B 兩版，但是課程綱要實際上還是一份，只是最後三節標記◎的符號，學得少的學生就不學這些部分，到了高三才分成數學甲、乙兩版選修。這樣的做法，在課程綱要訂定、教科書編撰、教學安排、甚至大考內容等各方面都有方便之處，只是苦了那些數學需求性比較少的學生。

新的課程綱要總綱最初為回應高中生有更多選修的彈性，將原本各科的必修學分扣除四分之一，改成選修，讓學校有更獨立自主的規劃空間，立意甚佳；其實，數學已經領先其他領域，早就已經將高三改為選修，是更積極的將三分之一學分列為選修。總綱在一視同仁的簡單計算（及國文領域的堅持）下，各界視為主科的國文、英文、數學的必修學分數從現行的 24、24、16，被規劃為 20（含中國文化基本教材 2）、18、12，各界譁然，特別是數學超

低必修學分，大眾難以接受。

平心而論，如果把 12 學分規劃為所有人最低要修三學期數學，再依照個人對數學的需求，逐漸去選修必要的數學，是可以回應有些人的確是不需要學三年數學這件事。只是，這樣的規劃，對於後續的教學、大考等並未著墨，無人瞭解此事的可行性。並且對於數學早已先行高三選修一事未被納入考量，各界的反對，層級高達眾多包含人文類的中央研究院院士，這應該是總綱規畫始料未及。經過長時間討論，數學領域課程綱要小組總算說服相關長官及委員會，高中數學的必修學分數回歸 16。在這樣的背景下，小組有義務在高二的必修學分做到確實分類，讓不同程度的學生可以確實學到他們所需要的數學，但不必強迫數學需求少的學生硬要修習過多數學。

四、與高職數學的整合

前一任的高中數學課程綱要研修小組，經過許多研究，並與國際上各種數學課程綱要比較，將本來在高二下修習的排列組合和機率統計移到高一下，原本在高一下比較困難的三角函數的內容往後移。這樣的安排，在先教容易再教困難內容的邏輯上十分實際。一開始大家可能還不習慣，但是後來逐漸也能發現其優點。

只是，當時的高職數學課程綱要小組另有成員，並未思索此事。在沒有溝通管道的情況下，高職數學課程綱要沿用舊思維，使得雙方在高一的課程差異到達半年之多。本來普通高中和高職各行其是也無不可。不幸的是，臺灣有綜合高中的學制，在這個體制下，每年一萬八千的高一學生，到高二時，有百分之四十要轉到學術學程、念普通高中的軌道，有百分之六十要轉到技術學程、念高職的軌道。因此，這些學生在高一的數學要念甚麼內容，引發很大困難，教育部為此做了許多補救措施，但總是不能兼顧。為此，高中（現稱普通型高中）與高職（現稱技術型高中）的內容，如何能盡量求同，是一件重要的事情。

參、研修原則

一、總綱共同原則

- (一) 在九年一貫課程綱要與高中 99 課程綱要的基礎上精進與創新。
- (二) 參考國內外相關研究，呼應世界主要國家教育發展趨勢。
- (三) 研修委員之組成及遴聘符合程序，並依民主議事程序與原則研修課程綱要。
- (四) 廣納各界意見，並與其他領域課程綱要研修同步滾動調整與修正。

二、數學課程綱要之特色與原則

- (一) 呼應總綱三大面向的核心素養，建構數學領域的核心素養。
- (二) 強化國小、國中與高中學習階段課程縱向連貫與橫向統整。
- (三) 著重高中、高職 10 年級學習內容的共通性。
- (四) 學習重點與實施要點納入計算機使用與相關配套，培養學生使用計算機的正確態度。
- (五) 實施要點納入適性學習、差異化教學、有效教學、多元評量等理念。

肆、研修過程

一、研修小組運作模式

數學領域研修委員包括數學家、數學教育家、課程與教學專家以及中小學數學教師，分成國小組、國中組、高中組，分別研修國小、國中、高中階段學習重點，為確保高中與高職

的 10 年級課程具有共通的學習重點，以利綜合高中學生轉銜學程，本小組納入五位高職組數學領綱研修委員代表參與相關會議，而高職組召開會議時，也會邀請高中組推派代表參與，高中、高職組召開聯席會議檢視與確定學習重點的共通性。研修小組大會、核心會議、重要的分組會議都會邀請課程發展委員到會指導。

核心會議確立課程基本理念、課程目標、時間分配、領域核心素養，再由各小組訂定學習重點後，先經核心會議檢視三個階段的學習重點是否連貫與不重覆，再由大會討論與檢視課程綱要所有的內容，經過半數研修委員通過之後，送交十二年國民基本教育課程發展委員會審查。所召開各項次會議的次數、參與人次如下表統計。

會議名稱	會議次數	參與人次
研修小組大會	5	111
核心會議	7	48
高中組會議	24	195
國中組會議	11	93
國小組會議	8	68
座談會	6	88
高中職聯席會議	1	14
科技與數學聯席會議	1	14
Q&A 討論會議	1	4
與心理測驗中心的討論會議	1	10
總計	65	645

二、參考數學領域綱要內容之前導研究

研修團隊參考林福來教授於國家教育研究院主持的「十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究」。他們在此報告中，提出八個重要議題，以及如下的積極建議（詳見報告第 36 頁至 48 頁）。

（一）「**不確定性與數據處理**」應該從國小開始學習，以發展不確定思維。機率與統計課程除了重視 data 和 big ideas 外，應考量 situations 面向，設計以不確定思維為本的課程內涵。參考現象與思維的確定及不確定性雙向模式。不要只強調機率的計算，也應加入機率本質的討論；不要都是出現公正的事件，也應加入非公正事件的教學。國小高年級之後應納入數據處理的教學，讓生體驗從雜亂無章的數據中，依據要解決的問題，收集有用數據，並使用適當方法加以分析，使能順利解決問題。同時也可以增加「列聯表」的教學與討論。

（二）**數的四則運算應該重視概念性理解，而非只是計算**。建議所有四則運算的概念性理解都在單步驟問題中進行。對於學習成效較差的學生，教師應該盡量利用較小位數運算，讓他們有機會概念性理解。較大位數的運算，可以使用計算機來計算，並在運用計算機時能進行合理性的判斷。

（三）**直角三角比可以納入九年級課程**，讓中學生有充分的時間學習三角函數的概念。九年級的學習內容聚焦在直角三角形特殊角的邊角性質與應用，並引入計算機的使用。至於在以往課程所學習的三角函數關係：倒數關係、平方關係、商數關係與餘角關係等，建議延後到高中再學習。

(四)「論證」在十二年國民基本教育數學領域佔有相當重要的地位，其學習或教學活動的安排可以比九年一貫數學課程更為提前。就先進國家的經驗來看，提前至小學一年級進行論證的學習活動是可行的，此時可讓學生進行操作型證明檢驗，與溝通他們經由探索所察覺出的模式或解答。

(五)空間概念在十二年國教的課程中宜逐年發展，在課程中形成一條清楚的脈絡。宜研發一套教師備忘錄，在教室、學校或當地生活環境中，列舉可以運用的空間概念範例。並應順應學生的認知發展，準備必要的實體、透明片、軟體教具。或是製成短片，由「磨課師」平台發佈，以「翻轉教室」的觀念直接訴諸於學生，減輕教師負擔並可減輕教師培訓的壓力。

(六)矩陣的教學目標應更準確地為了線性代數之核心概念而發展，可考慮刪除不直接相關的課題。可搭配空間概念的一貫性發展，思考「全體國民」該具備的空間概念與操作、溝通能力到哪裡？據以討論「向量外積」及其相關課題在必修課程中的份量。

(七)高中數學課程為「線性代數」學習做準備的目標下，檢視向量與矩陣的教學目標，並討論如「轉移矩陣」課題的必要性。將傳統的線性聯立方程式，放在線性代數的脈絡中檢視，發展必要的核心觀念。

(八)高中數學課程建議以多項式函數為限，為往後微積分的學習做準備。以日本為例，在必修課程裡，他們的課程綱要企圖盡快從國中數學拉到微積分。

三、設定重要議題並召開公聽會

研修階段初期，研修團隊先擬定十二年國教數學領綱研修的四個重要議題，分別為：

- (一)國中階段引進最基本的 \sin 、 \cos 符號。
- (二)訂出掌上型計算器(calculator)的規格，提供國中階段教學/學習/考試之用。
- (三)小單位教材設計。
- (四)高二數學必修課程分甲乙兩類，支持差異化教學的差異化課程綱要。

然後對全國中小學數學教師進行問卷調查，蒐集其對課程綱要與這四個重要議題的整體看法和建議。高中數學學科中心也幫忙在於全國召開如下的七場座談會，和高中數學老師溝通數學課程綱要研修的理念與想法，並聽取他們的意見，做為數學課程綱要研修的重要參考。

場次	時間	地點
台北基隆	103 年 10 月 29 日	臺北市立建國高級中學
新北	103 年 10 月 17 日	國立華僑實驗高級中學
桃竹苗	103 年 10 月 22 日	國立竹北高級中學
中彰投	103 年 10 月 15 日	國立臺中第一高級中學
雲嘉南	103 年 10 月 23 日	國立新豐高級中學
高屏	103 年 10 月 29 日	國立高雄師範大學附屬高級中學
宜花東	103 年 10 月 17 日	慈濟大學附屬高級中學

在研修過程中，為確數學領域課程與其他領域統整，除了藉由領域聯席會議和其他領域交流之外，數學領域和科技領域召開聯席會議，討論學習重點內容互補的可能性。另外，數學領域分別於北、中、南三區召開座談會，聽取關心數學教育人士對於數學課程綱要研修的意見，以及溝通研修的理念與想法，詳見下表。

場次	時間	地點
中區	104 年 3 月 7 日	國立臺中教育大學
南區	104 年 3 月 21 日	高雄市立福山國中
北區	104 年 3 月 28 日	國家教育研究院臺北院區

伍、主要成果

完成的「十二年國民基本教育數學領域課程綱要」共分為基本理念、課程目標、時間分配、核心素養、學習重點、實施要點等六章，以及四個附錄。研修團隊強調下面六個重點。

(甲) 在資料與不確定性相關內容的安排上，採取與現行國中將所有相關內容全部集中在九年級不同的理念，將機率與統計的內容分散在十二個年級，讓學生有不斷精進不確定性概念的機遇。並回應前導研究，在國小三年級開始引進「列聯表」。

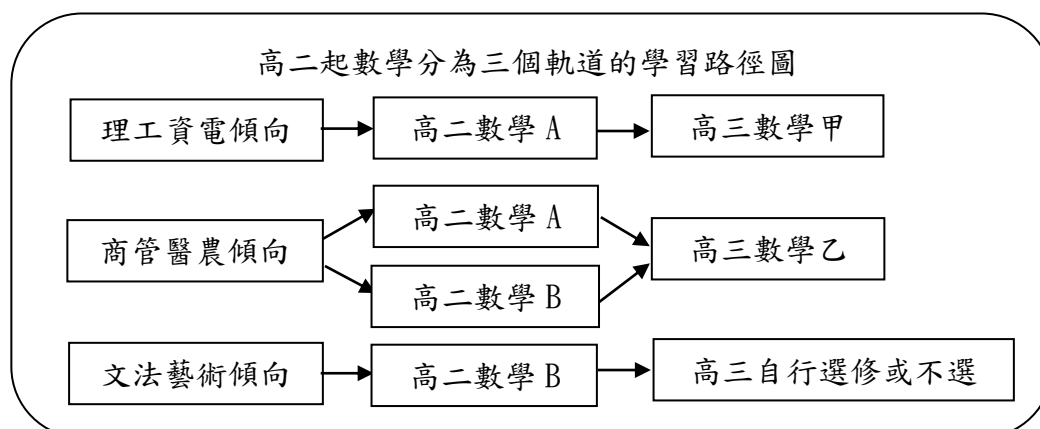
(乙) 將國中平面幾何精煉，不是最基本的部分標註※號，表示進階或延伸教材，教師宜適當補充，建議不納入全國性考試的範圍。並將次序重新安排，三個年級依序分別學習直觀幾何（直觀、辨識與描述）、測量幾何、推理幾何。並回應前導研究，逐年發展空間概念。

(丙) 回應前導研究，在國三開始介紹三角比。這也是研修團隊一開始設定的第一項重要議題。希望能拉近這方面我國數學課程綱要與世界各國的差距。

(丁) 國一介紹科學記號時，開始引進計算機的使用，但是強調，遇到複雜的數字時才用計算機，教導學生正確使用計算機的態度。這之後也都是遇到複雜的計算，才以計算機協助，例如：根數、大量的數據、指數、對數、度度量與弧度量轉換、三角比等的計算。

(戊) 國中階段以對應的概念介紹函數，不引入 $f(x)$ 的函數符號，等到高二才正式引進函數及其符號。基於這樣的精神，在國中的根數、指數、三角比，都是以數的觀點介紹，高一介紹實數時也如此，等到高二才以函數的思維介紹指數函數、對數函數、三角函數，考慮函數圖形，並在高三後續考慮導函數。在這種思維下，得以將原來在高一的指數函數、對數函數移到高二，將三角函數中涉及三角比的部分移到高一，以便與高職的內容拉近。

(己) 高二必修的 8 學分確實規畫出 A、B 兩類，高三加深加廣選修 8 學分維持分為甲、乙兩類。兩者互相搭配，學生修習數學，從高二起分為三個軌道，參見下面示意圖。對於數學需求比較多（例如理工資電傾向）的學生，可以修習數學 A、然後修習數學甲。對於數學需求中等（例如商管醫農傾向）的學生，可以修習數學 B 或數學 A、然後修習數學乙。對於數學需求比較少（例如文史法藝術傾向）的學生，可以只修習數學 B。有鑑於高中學生不容易太早定向，數學課程綱要的設計盡量使轉軌不致太困難。



數學領域課程綱要的內容簡述如下。

一、基本理念

學校教育一向都將數學視為重要的學習基礎，因為它是一種語言、一種實用的規律科學、也是一種人文素養。本次數學課程綱要的實施，適度納入計算工具的使用，提供每位學生有感的學習機會。

(一) **數學是一種語言**：文明的發展，語言具有關鍵性的地位。數學的發展融入自然語言，無論是數量、形狀及其相互關係的描述，都是生活中常見的用語。數學連結文字及符號語言，以更簡潔與精確的方式來理解人類的生活世界。因其簡潔，所以能夠以簡馭繁，用簡明的公式與理論，解釋各種繁雜的現象。因其精確，所以可以適時彌補自然語言的不足。

(二) **數學是一種實用的規律科學**：數學被廣泛應用在日常生活的需求、自然奧秘的探究、社會現象的解讀、財經問題的剖析、與科技發展的支柱等方面，這些看似紛亂無章的應用領域，經過數學的協助分析，總是可以洞見其深處不變的規律。數學，是一門善於處理規律的科學。

(三) **數學是一種人文素養**：人類各種族文明與社會的演進方式和歷程的殊異性，造就出不同的理路與思維文化，數學史能夠幫助我們理解數學發展在不同文化的差異。認識數學的文化面向，有助於讓數學學習從工具性層次延伸到智識性層次，也更能彰顯數學知識的人文價值。

(四) **計算工具有助於數學學習與應用**：學生在熟練數學原理後，為避免太多繁複計算因而降低學習效率，可於學習及評量中適當使用計算機。但因為計算機的數值計算都有一定的誤差，應該強調其使用時機及侷限，培養學生使用計算機的正确態度。實施時機以國、高中階段為宜。教師並可在適當時機使用電腦輔助教學範例。

(五) **提供每位學生有感的學習機會**：課程綱要的編寫以適合中等程度的學生為主。課程綱要的實踐，在教學上需藉由鷹架作用加以啟導，提供每位學生每節課都有感的學習活動機會。對於學習落後的學生，應及時補救，補救教學納入正課是最根本的辦法。對學習超前的學生，可設計加深、加廣、專題探究等各類課程，激發學生學習動力。

二、課程目標

十二年國民基本教育數學課程，配合前述基本理念與未來社會演變，考量個人生涯規劃、國家經濟發展、國際社會參與，希望提供優質的十二年基礎數學課程，為學生日後進入大學、職場與社會做充分的準備。數學知識雖然本質抽象，卻因此有廣大的應用面向與深刻的應用層級。如何讓學生在不同年齡、不同能力、不同興趣或領域，皆能獲得足以結合理論與應用的數學素養，是國民數學教育的重要目標。數學教育需提供學生充分的學習機會。為了達成上述願景，數學有下列的課程目標。

- (一) 提供所有學生公平受教、適性揚才的機會，培育其探索數學的信心與正向態度。
- (二) 培養學生觀察規律、演算、抽象、推論及溝通等各項能力。
- (三) 培養學生使用工具，運用於數學程序及解決問題的正确態度。
- (四) 培養學生運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。
- (五) 培養學生日常生活應用與學習其他學科所需的數學知能。
- (六) 培養學生欣賞數學的人文內涵中，以簡馭繁的精神與結構嚴謹完美的特質。

三、時間分配

數學領域的時數配置，在國小階段每週 4 堂課(160 分鐘)，在國中階段每週 4 堂課(180 分鐘)，在高中階段則分必、選修，高一必修 8 學分(每週 200 分鐘)，高二必修 8 學分(每週 200 分鐘，分為 A、B 兩類)，高三加深加廣選修 8 學分(每週 200 分鐘，分為甲、乙兩類)。這些可以做為教科書出版商、教師按學習重點編撰教科書或教材時，規畫學習單元或小節的參考。高中階段學分數分必、選修課程，前面(己)的解釋中所涉及的相關升學進路配置，可做為學校開設、學生選擇課程的參考。

四、核心素養

十二年國教數學教育的首要目標是提供所有學生公平受教、適性揚才的機會，培育其探索數學的信心與正向態度；其次是，發展相關的數學能力，運用工具解題的能力與正確態度，以及欣賞數學的態度。核心素養著重學生能於日常生活中運用數學思維，把問題轉換成數學問題，並能運用相關知識與技能解決數學問題，溝通數學想法，以及欣賞數學以簡馭繁與結構嚴謹之美。總綱設定的核心素養的內包含三大面向：

A 自主行動(A1 身心素質與自我精進、A2 系統思考與解決問題、A3 規劃執行與創新應變)，

B 溝通互動(B1 符號運用與溝通表達、B2 科技資訊與媒體素養、B3 藝術涵養與美感素養)，

C 社會參與(C1 道德實踐與公民意識、C2 人際關係與團隊合作、C3 多元文化與國際理解)。

數學領域擇其中相關的 A2、B1、B2、B3、C2、C3 撰寫。

五、學習重點

學習重點由「學習表現」與「學習內容」兩個向度所組成。學習重點用以引導課程設計、教材發展、教科書審查及學習評量等，並配合教學加以實踐。學習重點係由理念、目標與特性發展而來，並與核心素養進行雙向檢核，以瞭解兩者的對應情形。學習重點展現課程綱要的具體內涵，能呼應核心素養。

學習重點的呈現，分國民小學、國民中學、普通型高中必修課程(高二分 A、B 兩類)、普通型高中加深加廣選修課程(高三分甲、乙兩類)等類編寫，係依據下述五個學習階段的教學目標發展而成。

第一學習階段(國小一至二年級)：能初步掌握數、量、形的概念，其重點在自然數及其運算、長度與簡單圖形的認識。

第二學習階段(國小三至四年級)：在數方面，能確實掌握自然數的四則與混合運算，培養流暢的數字感，並初步學習分數與小數的概念。在量方面，以長度為基礎，學習量的常用單位及其計算。在幾何方面，發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並能以操作認識幾何圖形的性質。

第三學習階段(國小五至六年級)：確實掌握分數與小數的四則計算。能以常用的數量關係，解決日常生活的問題。能認識簡單平面與立體形體的幾何性質，並理解其面積與體積的計算。能製作簡單的統計圖表。

第四學習階段(國中一至三年級)：在數方面，能認識負數與根式的概念與計算，並理解坐標表示的意義。在代數方面，要熟悉代數式的運算、解方程式及簡單的函數。在平面幾何方面，各年級分別學習直觀幾何(直觀、辨識與描述)、測量幾何、推理幾何；空間幾何略晚學習。能理解統計與機率的意義，並認識基本的統計方法。

第五學習階段(高中一至三年級)：在數方面，所有學生都應統整認識實數，並進一步發

展計數原理及其應用；部分學生要將數的認識拓展到複數。在幾何方面，全體學生都有學習基本空間概念的機遇，透過坐標而連結幾何與代數，並認識基本的線性代數；部分學生還要熟悉向量的操作，用來進一步發展坐標幾何與線性代數。在函數方面，全體學生都有機會認識三大類基本函數：多項式函數、指數與對數函數、與三角函數，能辨別它們的圖形特徵，並能用它們當作模型而解決典型問題；部分學生要將函數的學習，延伸到微積分基本知能。在不確定性方面，所有學生都應能運用基本統計量描述資料，能運用機率與統計的原理，推論不確定性的程度；部分學生能進一步理解隨機變數的分佈。

(一) **學習表現**強調以學習者為中心，重視認知（求知、應用、推理）與情意態度（賞識）的學習展現，代表「非內容」向度，具體展現或呼應核心素養。這些向度，由教育理論的描述，轉換為數學教師及一般人容易明白的描述。數學表現採納部分認知語詞做為學習進程的描述，其中所使用的專有名詞（認識、理解、熟練、具體情境、解題、操作活動、報讀）的意義都有說明。

學習表現的編碼方式如下所述。第 1 碼為「表現類別」，分 n（數與量）、s（空間與形狀）、g（坐標幾何）、r（關係）、a（代數）、f（函數）、d（資料與不確定性）。第 2 碼為學習階段別，依序為 I（國小低年級）、II（國小中年級）、III（國小高年級）、IV（國中）、V（高中）。第 3 碼為流水號（教科書在同一階段可以不依照流水號順序編寫）。學習表現先依學習階段排序呈現，為方便瞭解同一種表現類別的整體內容，依表現類別排序再呈現一次。

(二) **學習內容**是涵蓋數學基礎重要的事實、概念、原理原則、技能與後設認知等知識，學校、地方政府或出版社得依其專業需求與特性，將學習內容做適當的轉化，以發展適當的教材。

學習內容的編碼方式如下所述。第 1 碼為「主題類別」，分 N（數與量）、S（空間與形狀）、G（坐標幾何）、R（關係）、A（代數）、F（函數）、D（資料與不確定性）。第 2 碼為年級別，依序為 1 至 12 年級。11 年級分 11A 與 11B 兩類，12 年級加深加廣選修課程分 12甲與 12乙兩類。第3碼為流水號（教科書在同一年級可以不依照流水號順序編寫）。

學習內容包含條目與說明，前者為大項目，以黑體字呈現，後者是細項說明，兩者之間以冒號（或句號）分隔。部分條目另有補充說明，與細項說明同等重要，甚至更能闡明條目的方向，但因篇幅而將學習內容的補充說明置於附錄三。

為強調教學時應適度使教學器材，協助學生視覺及思維上的理解，增加教學效果，各學習內容之後附參考教具。教具以自製或自購為優先，簡易的器材可由師生彈性就地取材設計，複雜的教材可由學校/教育部提供。為方便參照，各學習內容之末列出對應的學習表現。

部分學習內容條文有※、★、#之標註，其意義如下：

※ 為進階或延伸教材，教師宜適當補充，建議不納入全國性考試的範圍。

★ 須為教學內容，建議不列為評量的直接命題對象，可融入其他課題的評量之中。

不必設置獨立的教學單元一起教完，融入適當課題，在合理的脈絡中教授。

六、實施要點

實施要點包含「課程發展」、「教材編選」、「教學實施」、「教學資源」以及「學習評量」五大向度，提出轉化課程理念目標與培養核心素養之具體作為、注意事項、所需資源和相關規範等。

「**課程發展**」中強調，國小及國中階段，除原訂課程內容之外，應搭配課程單元，於每週規畫「數學奠基與探索」活動，讓學生探索、討論，培養對數學的喜好，奠立單元學習的先備基礎，以期每位學生都能順利進行有意義的學習。為達到適性揚才的理想，數學課程的設計，除了高二必修課程分為 A、B 兩類課程，以及高三加深加廣選修課程分為甲、乙兩類之外，實施要點並建議九門課程，提供各校參考，以發展各類選修課程，讓學生有適性發展的機會。其中「基礎數學」課程係針對國中教育會考數學「待加強」的學生而設計。

「**教材編選**」中強調，教科書的呈現應循序漸進，適當鋪陳，引發學習動機，注意學生學習心理，在直觀與嚴謹之間取得平衡，並兼顧從特例到一般推理的必要。教科書的編寫，應使用適切的文字、學習任務與習題宜避免無意義的人工化難題及不符合常理的情境、可適當編入數學史、注意與生活、其他學科及四項重大議題的連結。

「**教學實施**」中強調，教學應以學生為主體，以其數學能力發展為考量。教師應避免將全班學生，當做均值的整體，並應透過差異化的教學與評量，分析學生的學習準備度，做適當的診斷、導引與協助。教師應引導學生體驗生活情境與數學的連結過程，培養學生能以數學觀點考察周遭事物的習慣，並培養學生觀察問題中的數學意涵、特性與關係，養成將問題表徵為數學問題再加以解決的習慣。同時在發展解題策略的過程中，加深對數學概念的理解。

「**教學資源**」中強調，教學時應適度使教學器材，協助學生視覺及思維上的理解，增加教學效果。教學器材以自製為優先，簡易的器材可由師生彈性就地取材設計，複雜的教材應由學校/教育部提供。每位學生常用的器材，例如直尺、量角器、圓規、計算機，可由學生自己購買以便長期使用。教師可適當使用電腦輔助教學範例。應該讓學生明白，計算機及電腦的數值計算都有一定的誤差，在應用上要瞭解此誤差的可接受度。

「**學習評量**」中強調，評量是檢驗教學效果的過程，教師宜視教學現場需要，選擇適切的評量方式，改善教學。教師不宜在教學評量中，出現高難度的問題，不該強調全班、全校的鑑別。評量時，應注意評量時機的選擇，避免對評量結果做錯誤或不適當解讀。全國性測驗評量應以課程綱要為依據，為導正學習文化，宜提供學生充分的思考時間；並宜參考國際上類似考試，准許學生攜帶標準型計算機進入考場，用以解題與作答。

柒、附錄

附錄一、學習重點與領域核心素養呼應表參考示例。

附錄二、議題融入領域示例說明。

附錄三、學習內容補充說明。

附錄四、學習內容主題和分年雙向細目表。